

Hyperbolique...

Étienne Ghys et Don Zagier



Tapissérie de Bayeux, 11ème siècle



La cité idéale, Piero della Francesca, fin 15ème siècle



Walt Disney Concert Hall, Los Angeles, (Frank Gehry)



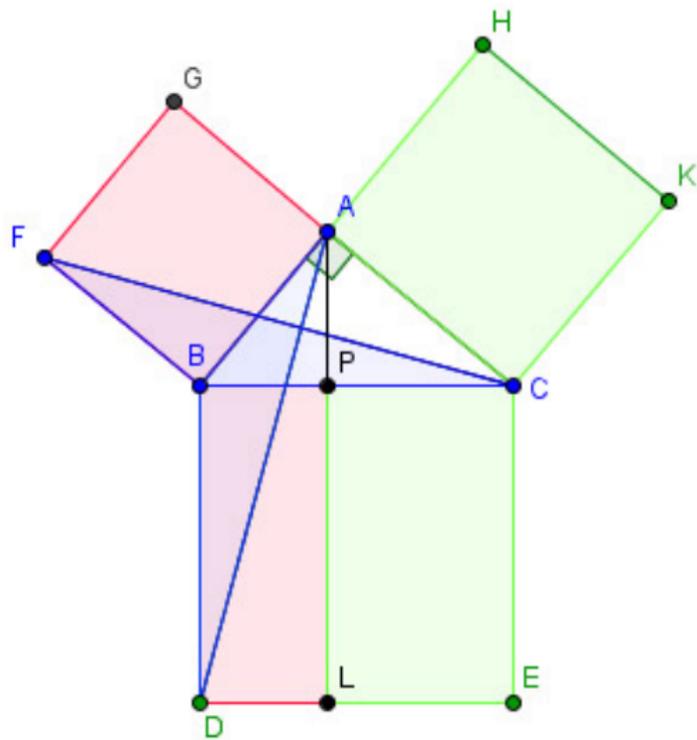
LA
SCIENCE ABSOLUE DE L'ESPACE

indépendante de la vérité ou de la fausseté de l'Axiôme XI d'Euclide
(que l'on ne pourra jamais établir *a priori*);

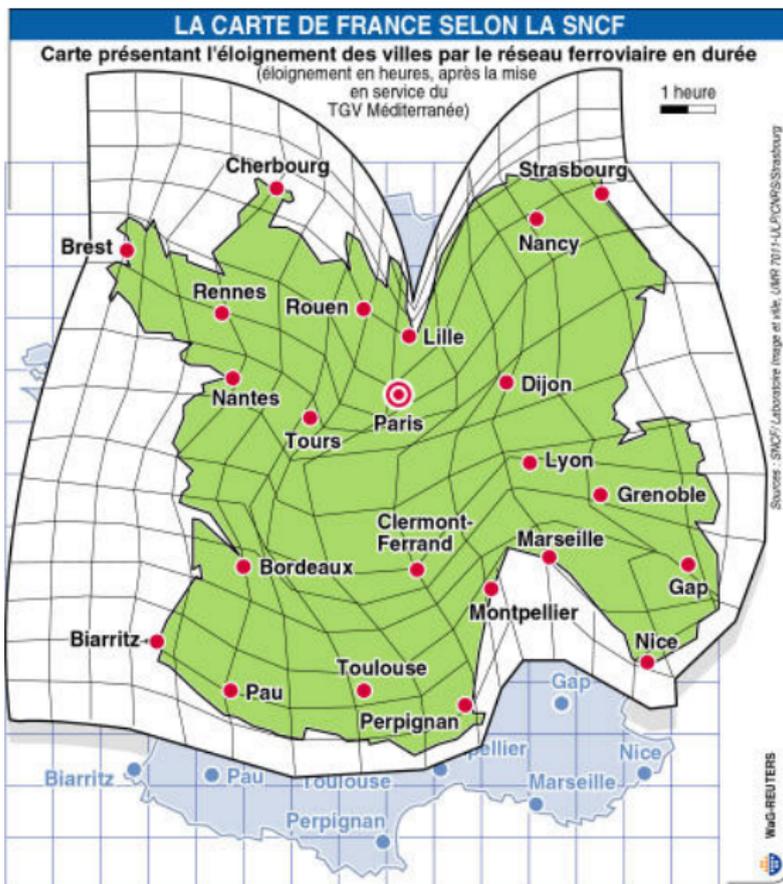
SUIVIE DE LA QUADRATURE GÉOMÉTRIQUE DU CERCLE, DANS LE CAS DE LA FAUSSETÉ
DE L'AXIÔME XI,

PAR JEAN BOLYAI, *de Bolyai*

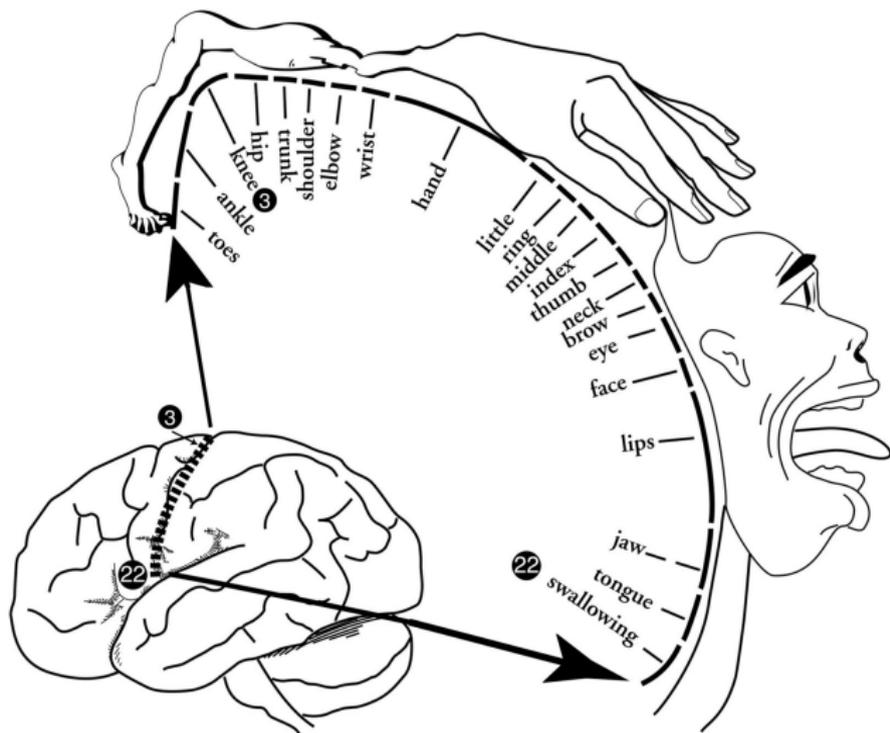
Capitaine au Corps du Génie dans l'armée autrichienne.



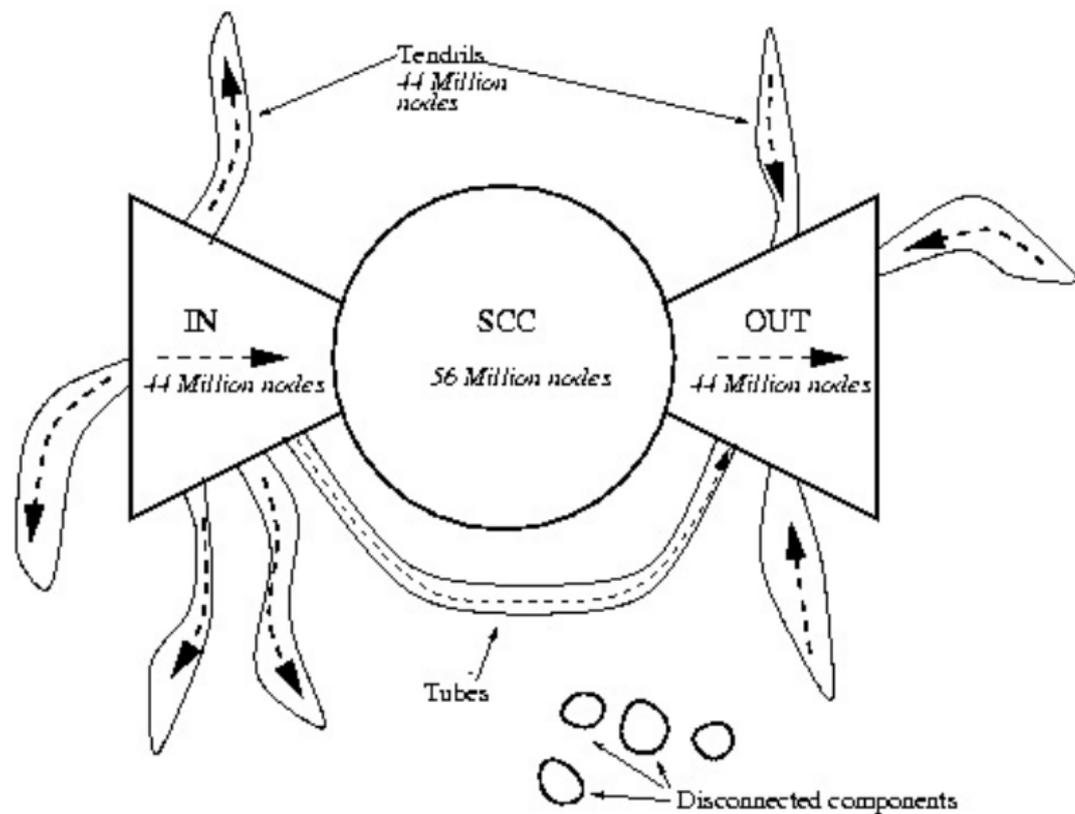
La géométrie SNCF



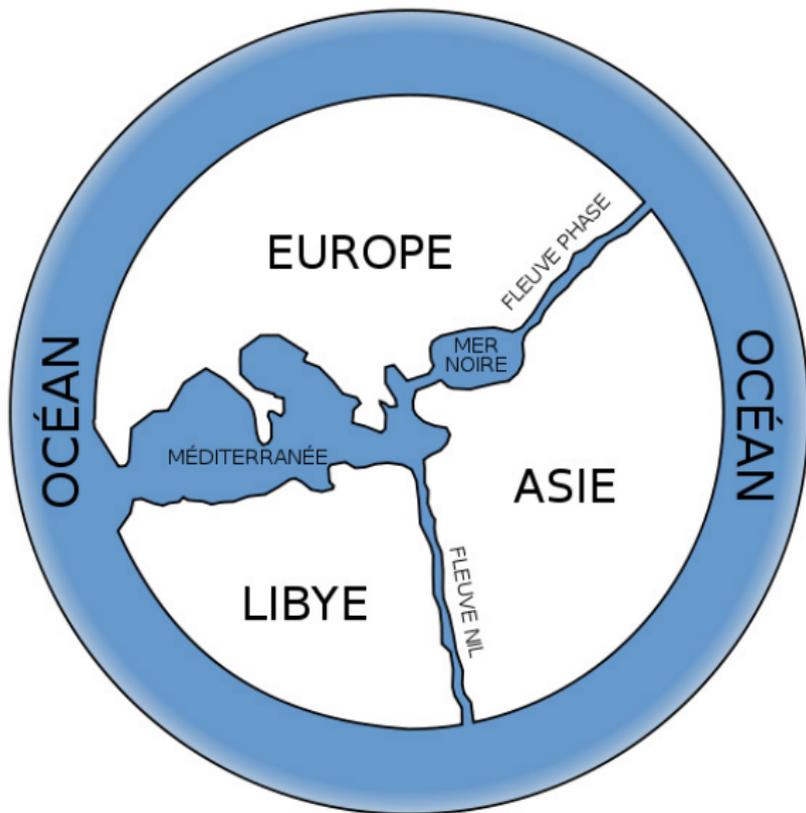
Cortical homunculus, Wilder Penfield (1951)



La géométrie internet



La géométrie du Monde Antique



Στοιχεία Εὐκλείδου α'

[Βιβλίον Ι]

Ὅροι κγ' [23].

α' [1]. Σημεῖόν ἐστιν, οὐ μέρος οὐθέν.

β' [2]. Γραμμὴ δὲ μήκος ἀπλατές.

γ' [3]. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεία.

δ' [4]. Εὐθεῖα γραμμὴ ἐστίν, ἣτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κείται.

Αιτήματα ε'. [5]

α' [1]. Ἡιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημείον εὐθείαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β' [2]. Καὶ πεπερασμένην εὐθείαν κατὰ τὸ συνεχές ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ' [3]. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

δ' [4]. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

ε' [5]. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῆ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

ÉLÉMENTS
DE
GÉOMÉTRIE
D'EUCLIDE.

LIVRE PREMIER.

DÉFINITIONS.

1. LE point est ce qui n'a aucune partie.
2. La ligne est une longueur sans largeur.
3. Les extrémités d'une ligne sont des points.
4. La ligne droite est celle qui est toute également interposée entre ses points (1).
5. Une superficie est ce qui a longueur et largeur seulement.

Notions communes ou axiomes.

1. Les quantités qui sont égales à une même quantité sont égales entr'elles.
2. Si à des quantités égales on ajoute des quantités égales, les tous seront égaux.
3. Si de quantités égales on retranche des quantités égales, les restes seront égaux.
4. Si à des quantités inégales on ajoute des quantités égales, les tous seront inégaux.
5. Si de quantités inégales on retranche des quantités égales, les restes seront inégaux.
6. Les quantités qui sont doubles d'une même quantité sont égales entr'elles.
7. Les quantités qui sont les moitiés d'une même quantité sont égales entr'elles.

8. Les choses qui se conviennent mutuellement sont égales entr'elles.

9. Le tout est plus grand que sa partie.

10. Tous les angles droits sont égaux (1).

11. Si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, les deux droites prolongées à l'infini se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits.

12. Deux droites ne renferment point un espace.

1196 : Maimonide dit que même Dieu, bien qu'Il soit tout-puissant et jouisse d'une liberté infinie, n'aurait rien pu créer qui aurait contredit la logique d'Aristote ou la géométrie d'Euclide. Il n'aurait pas pu créer un carré dont la diagonale serait égale à son côté. Cette même idée sera reprise par Saint Thomas d'Aquin.

Dans le *Paradiso* de Dante, le roi Salomon, auquel Dieu a permis de lui poser une question, se demande s'il ne devrait pas lui demander si un triangle non-euclidien est possible :

*“Se del mezzo cerchio far si puote
triangol sì, ch'un retto non avesse”.*

Voltaire : "Il n'y a qu'une morale comme il n'y a qu'une géométrie. [...] La morale vient de Dieu comme la lumière."

SECTE. — SECTION 1^{re}. — Toute secte, en quelque genre que ce puisse être, est le ralliement du doute et de l'erreur. Scotistes, thomistes, réaux, nominaux, papistes, calvinistes, molinistes, jansénistes, ne sont que des noms de guerre.

Il n'y a point de secte en géométrie ; on ne dit point un euclidien un archimédien.

Quand la vérité est évidente, il est impossible qu'il s'élève des partis et des factions. Jamais on n'a disputé s'il fait jour à midi.

Un homme qui examine le rapport d'un cône et d'une sphere, n'est point de la secte d'Archimède : celui qui voit que le carré de l'hypothénuse d'un triangle rectangle est égal au carré des deux autres côtés, n'est point de la secte de Pythagore.

János Bolyai (1802-1860)



1823 János Bolyai écrit à son père :
"À partir du néant, j'ai créé un étrange nouveau monde."



Apokriose: Wolfgang Beljafi, martyr de la géométrie.

Gauss à W. Bolyai.

Gottingue, le 6 mars 1832.

. . . Parlons maintenant un peu du travail de ton fils.

Si je commence en disant que je ne puis louer ce travail, tu pourras bien un instant reculer d'étonnement ; mais je ne puis dire autre chose ; le louer serait me louer moi-même ; en effet, le contenu tout entier de l'Ouvrage, la voie qu'a frayée ton fils, les résultats auxquels il a été conduit coïncident presque entièrement avec mes propres méditations qui ont occupé en partie mon esprit depuis déjà trente à trente-cinq ans.

C'était [...] mon idée de mettre, avec le temps, tout ceci par écrit afin qu'au moins cela ne périsse pas avec moi.

Aussi est-ce pour moi une agréable surprise de voir que cette peine peut maintenant m'être épargnée, et je suis rempli d'une joie extrême que ce soit précisément le fils de mon vieil ami qui m'ait devancé d'une manière si remarquable.

Quelques-unes des théories de la géométrie élémentaire laissent encore beaucoup à désirer, et c'est à leur imperfection, je crois, qu'il faut attribuer le peu de progrès que cette science, en dehors des applications de l'analyse, a pu réaliser depuis Euclide.

Je compte parmi ces points défectueux l'obscurité qui règne sur les premières notions des grandeurs géométriques et sur la manière dont on se représente la mesure de ces grandeurs, ainsi que l'importante lacune que présente la théorie des parallèles, et que les travaux des géomètres n'ont encore pu combler. Les efforts de Legendre n'ont rien ajouté à cette théorie, cet auteur ayant été forcé de quitter la voie du raisonnement rigoureux pour se jeter dans des considérations détournées, et de recourir à des principes qu'il cherche, sans raison suffisante, à faire passer pour des axiomes nécessaires.

Qui a fait de moi le génie que je suis aujourd'hui,
le mathématicien que tout le monde cite.
Qui est le professeur à qui je dois cela ?
Le plus grand, celui qui n'a jamais sa blouse pleine de craie.

Un homme mérite toute la reconnaissance.
Un homme mérite tous les reproches.
Il s'appelle Nicolai Ivanovitch Lobatchevsky.
Hey !
Nicolai Ivanovitch Lobat. . . .

Je n'ai jamais oublié le jour où j'ai rencontré le grand Lobatchevsky.
En un mot, il me révéla le secret du succès en mathématiques :

Plagiez !

Plagiez !

Que le travail de personne n'échappe à vos yeux.

N'oubliez pas que le bon Dieu vous a donné des yeux.

Alors ne vous cachez pas les yeux.

Plagiez, plagiez, plagiez,

mais assurez-vous toujours d'appeler ça "Recherche" !

Et depuis que j'ai rencontré cet homme,
ma vie n'est plus la même.
Il s'appelle Nicolai Ivanovitch Lobatchevsky.
Hey!
Nicolai Ivanovitch Lobat. . . .

Je n'oublierai jamais le jour où j'ai dû écrire mon premier article
original.
C'était sur la topologie algébrique et analytique des
paramétrisations localement euclidiennes des variétés riemanniennes
infiniment différentiables.
Bozhe moi ! Sur ça, je ne connais rien.
[...]

Ostrogradski (1834) publie un compte rendu de l'œuvre de Lobatchevsky :

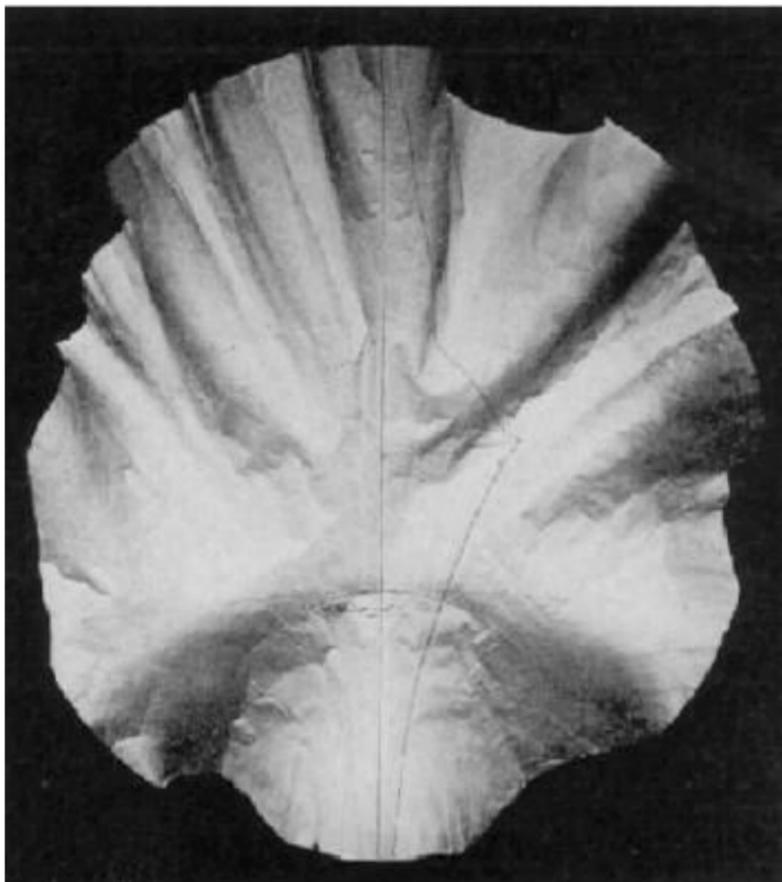
"Géométrie imaginaire ? Pourquoi en effet ne pas s'imaginer que le noir est blanc, le carré rond et la somme des angles du triangle moindre que deux droits ? On se demande pourquoi on écrit et surtout on publie de telles fantasmagories. Le vrai but de M. Lobatchevsky a été certainement de jouer une farce aux mathématiciens. Et pourquoi alors le titre "les Fondements de la géométrie", et non pas "la Satire de la géométrie" ou "la Caricature de la géométrie" ?



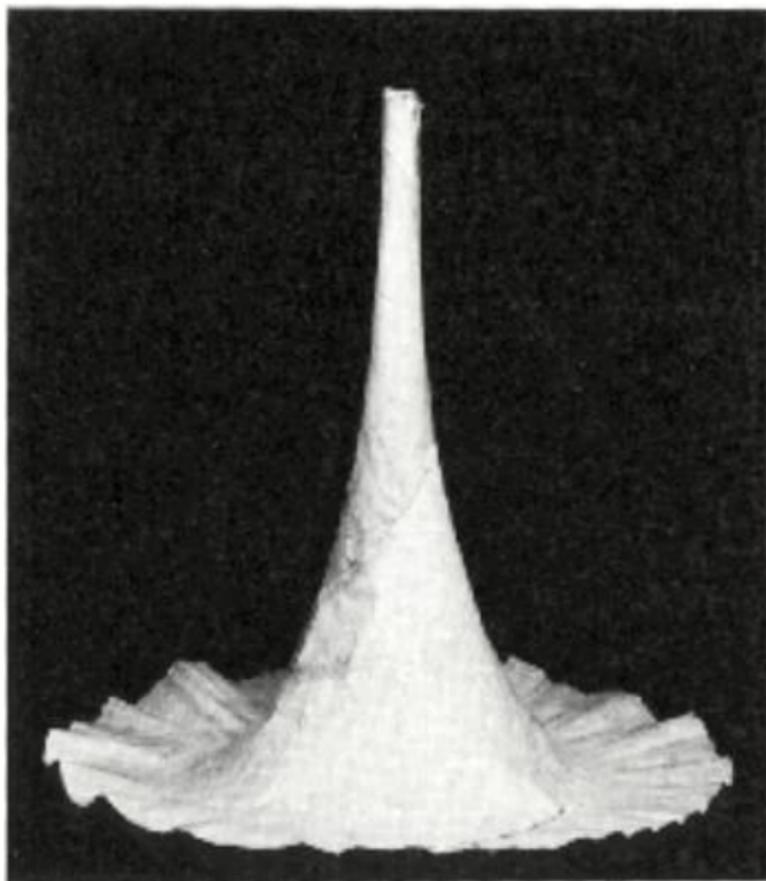
Eugenio Beltrami (1835-1900)

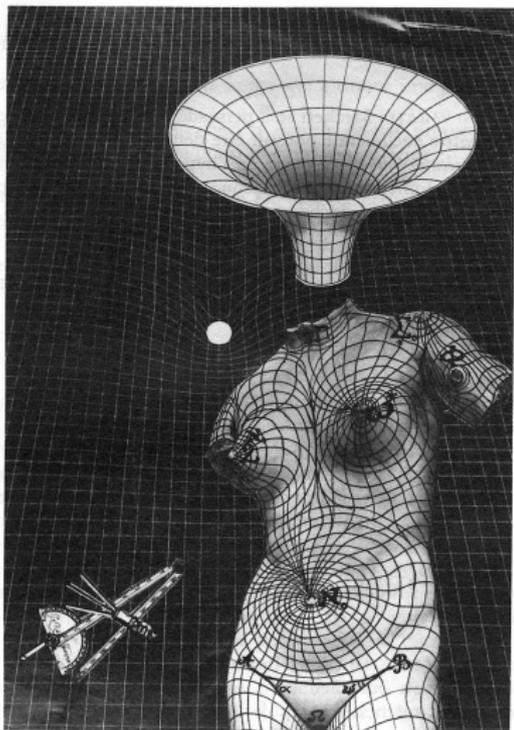


Eugenio Beltrami (1835-1900)

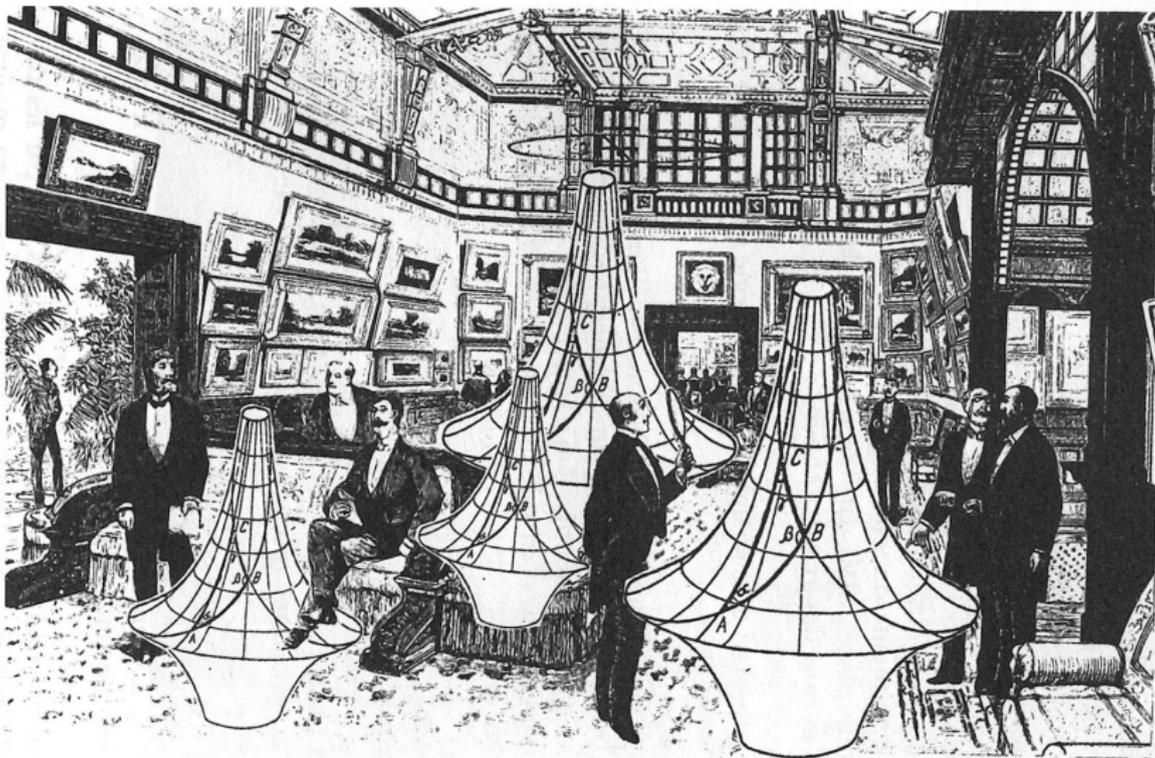


Eugenio Beltrami (1835-1900)

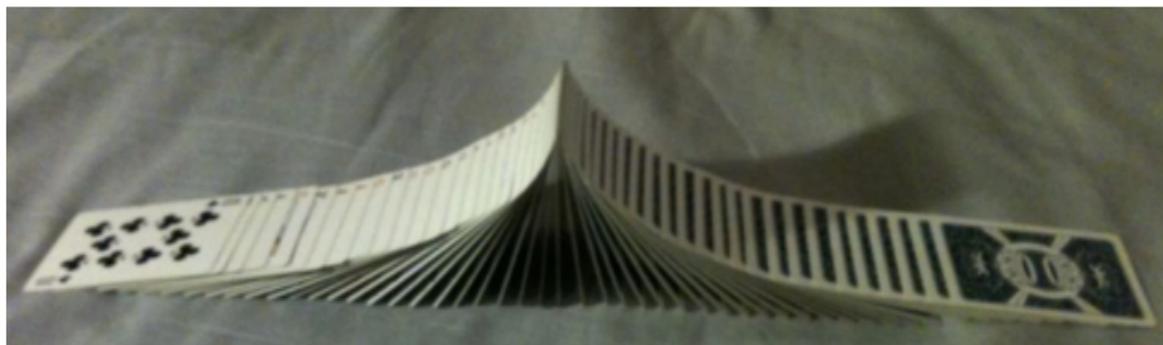




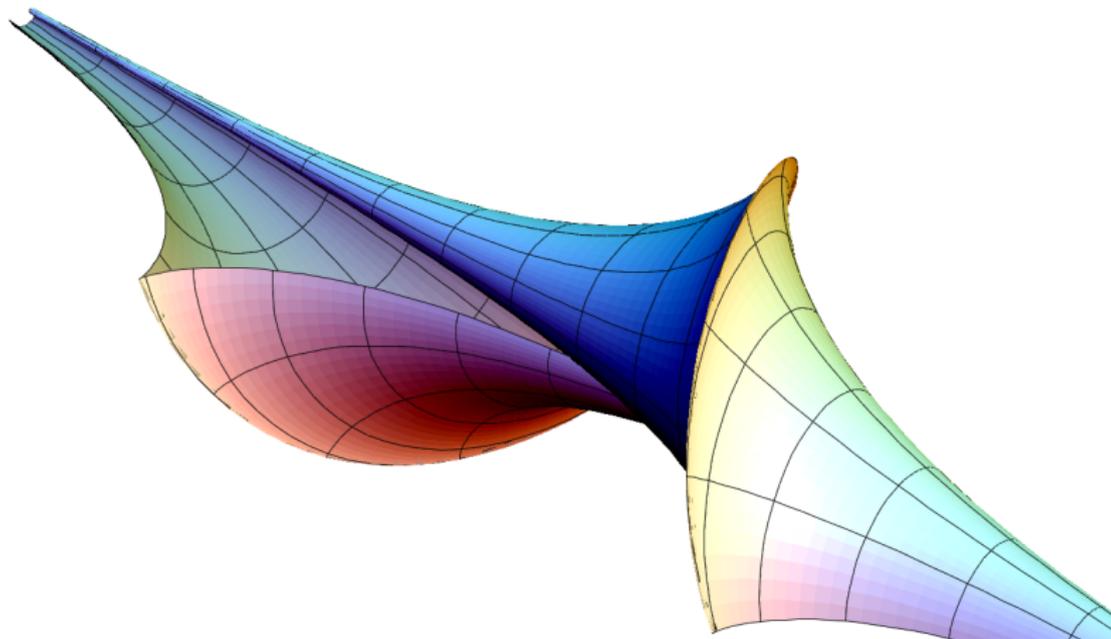
Immaculée conception : la géométrie non euclidienne, couronnée par la Pseudosphère de Beltrami, sort des courbures négatives d'Aphrodite de Cnide)

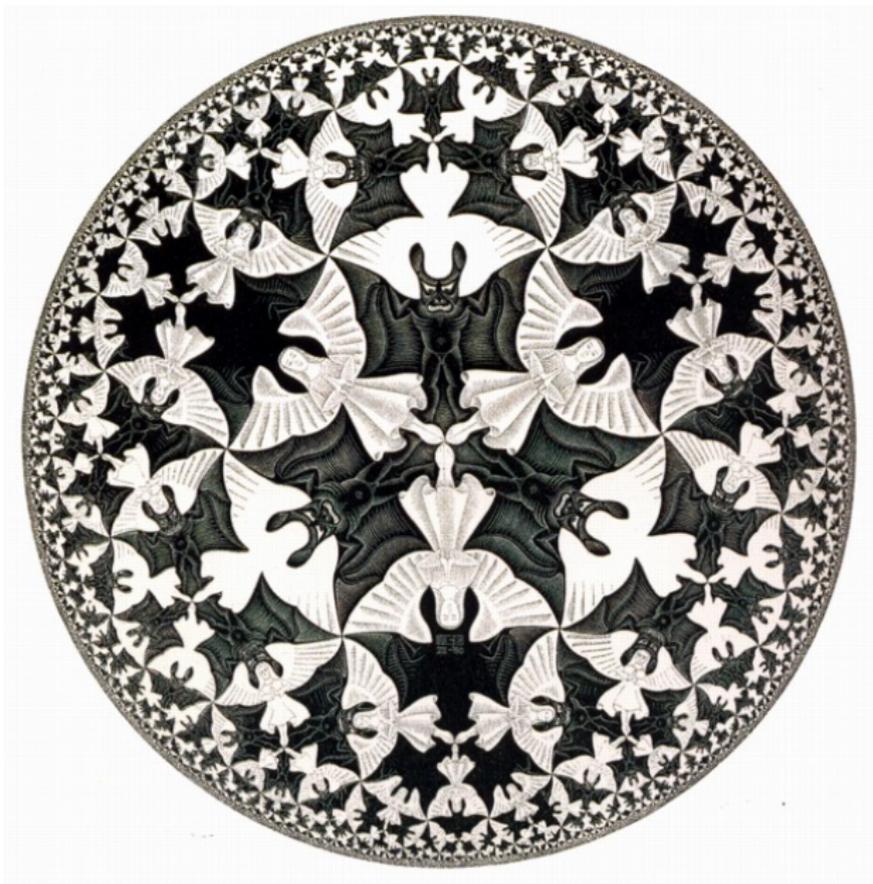


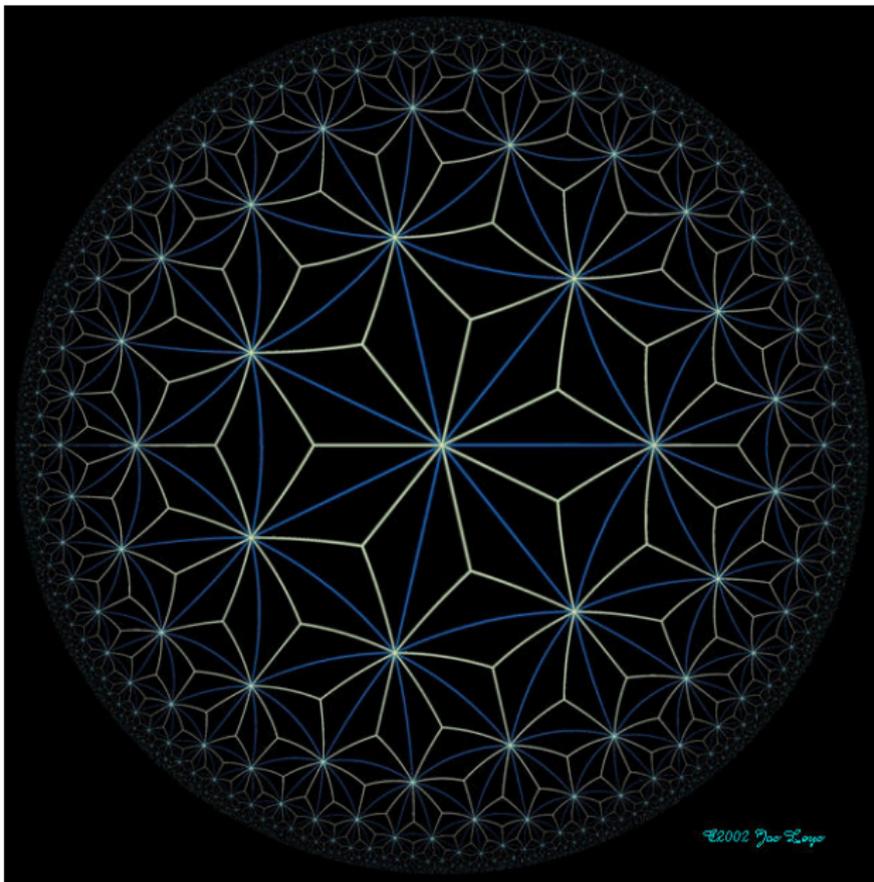
Dans les Salons du *Grand Hôtel Waldorff-Astoria*, New York, un groupe de géomètres, métaphysiciens, théologiens et métamathématiciens, membres de la *Sceptical Society*, examine l'ontologie négative de la Pseudosphère, présentée par le Prof. Eugenio Beltrami de l'Université de Bologne, Italie, à l'occasion de la *Grande Exposition Universelle*.



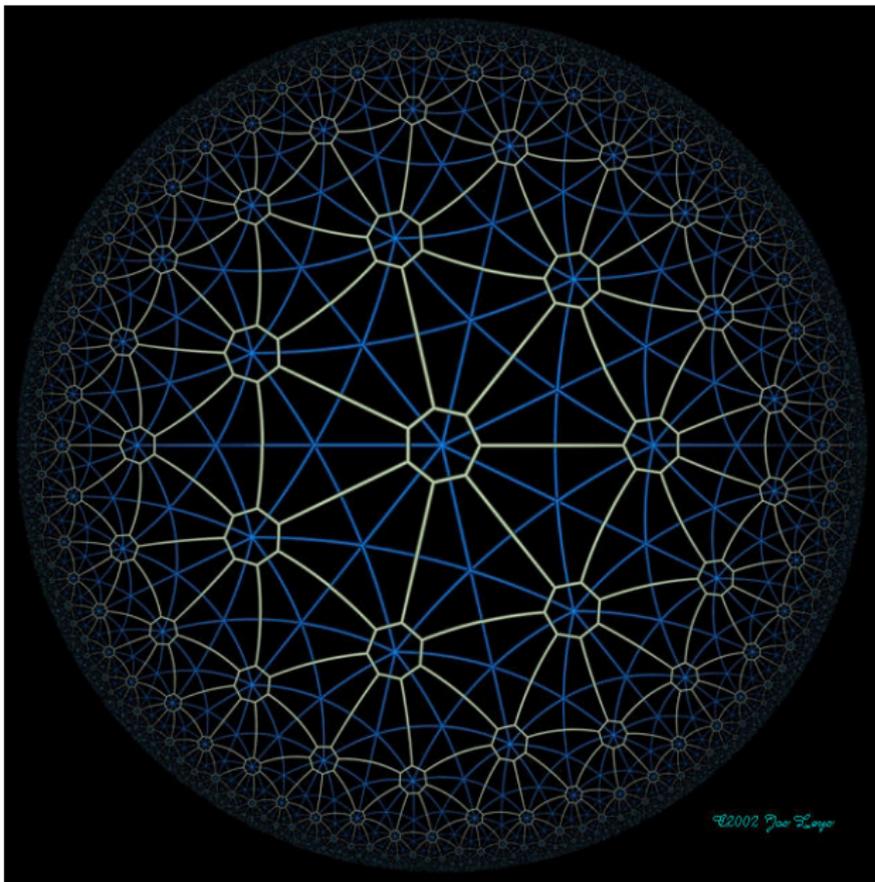
Surface de Dini

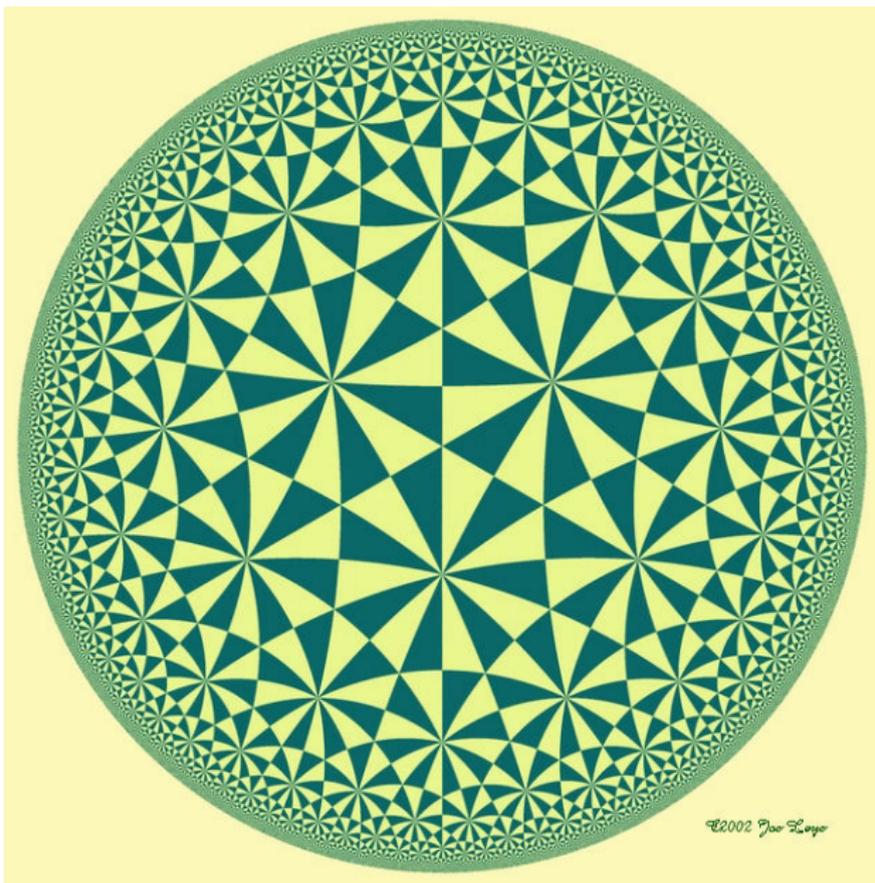


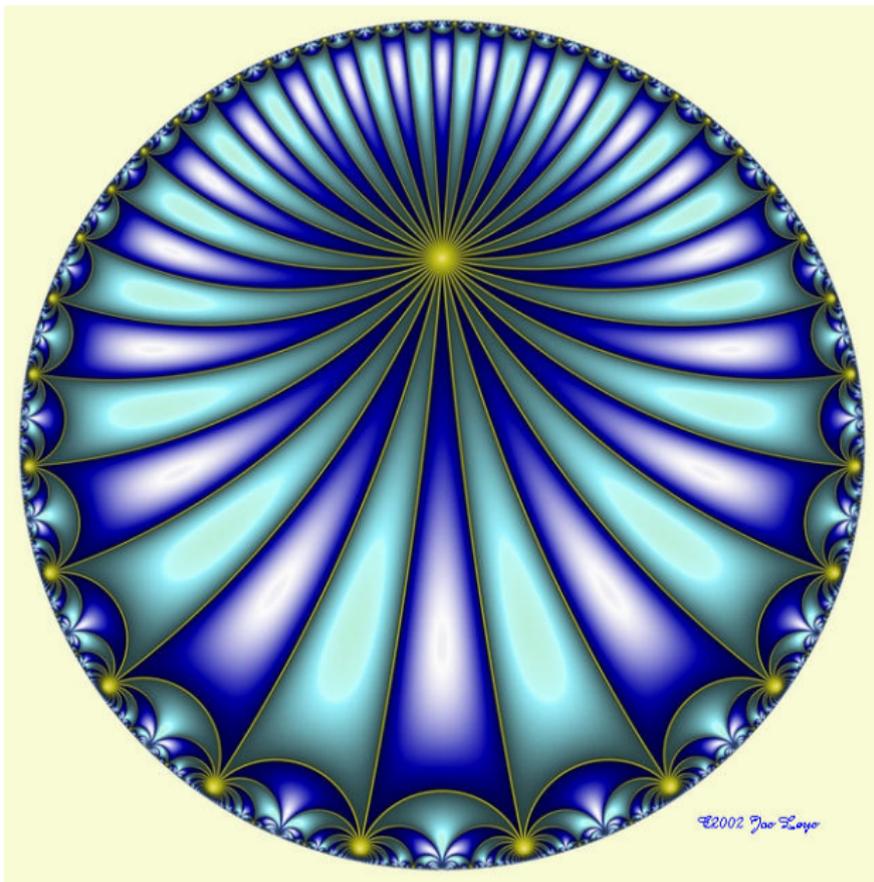




©2002 Joe Lopez







Le monde non-euclidien de Poincaré (La Science et l'Hypothèse, 1902)

Supposons [...] un monde renfermé dans [un grand cercle] et soumis aux lois suivantes :

La température n'y est pas uniforme ; elle est maxima au centre, et elle diminue à mesure qu'on s'en éloigne, pour se réduire au zéro absolu quand on atteint [le cercle] où ce monde est renfermé.

[...]

Le monde non-euclidien de Poincaré (La Science et l'Hypothèse, 1902)

[...]

Je précise davantage la loi suivant laquelle varie cette température. Soit R le rayon [du cercle] limite ; soit r la distance du point considéré au centre de [ce cercle]. La température absolue sera proportionnelle à $R^2 - r^2$.

Je supposerai de plus que, dans ce monde, tous les corps aient même coefficient de dilatation, de telle façon que la longueur d'une règle quelconque soit proportionnelle à sa température absolue.

Rien dans ces hypothèses n'est contradictoire ou inimaginable.

Un objet mobile deviendra alors de plus en plus petit à mesure qu'on se rapprochera [du cercle] limite.

[...]

Le monde non-euclidien de Poincaré



Le monde non-euclidien

[.]

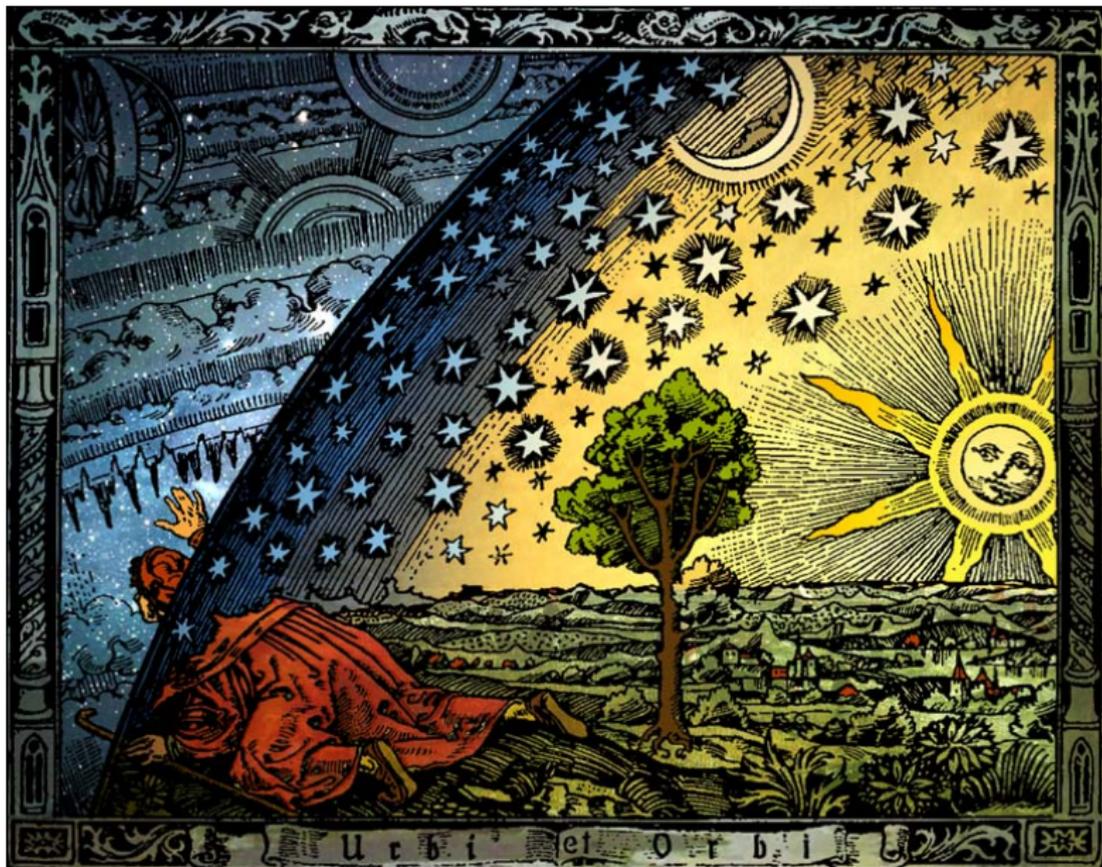
Observons d'abord que, si ce monde est limité au point de vue de notre géométrie habituelle, il paraîtra infini à ses habitants.

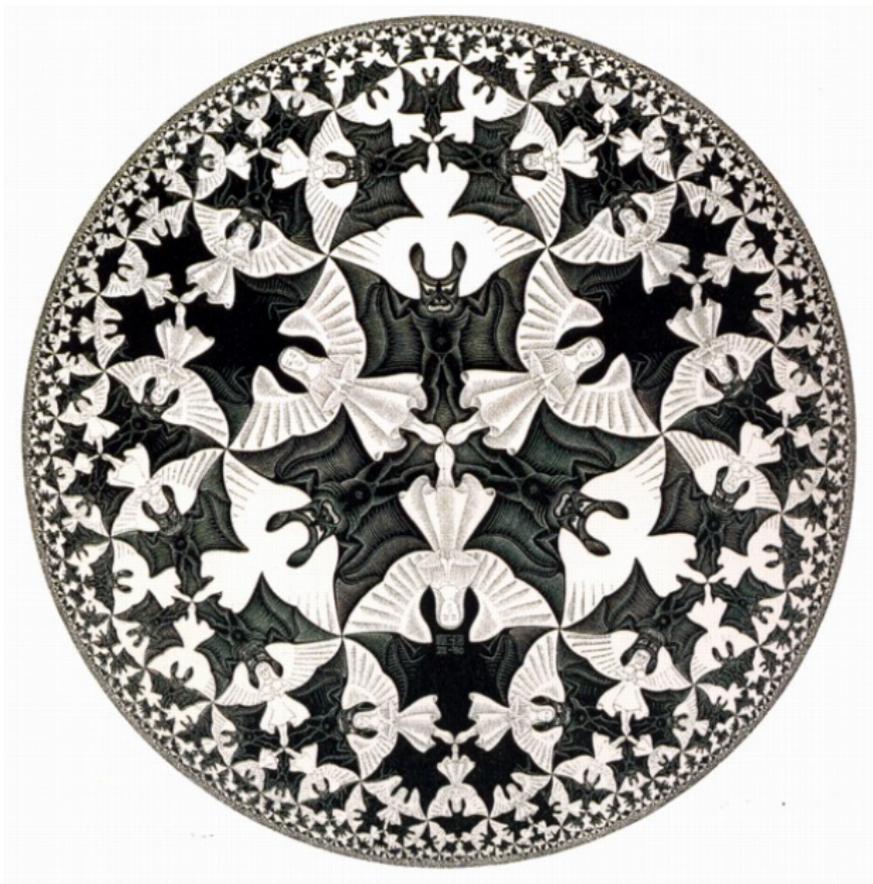
Quand ceux-ci, en effet, veulent se rapprocher [du cercle] limite, ils se refroidissent et deviennent de plus en plus petits. Les pas qu'ils font sont donc aussi de plus en plus petits, de sorte qu'ils ne peuvent jamais atteindre [le cercle] limite.

Si, pour nous, la géométrie n'est que l'étude des lois suivant lesquelles se meuvent les solides invariables ; pour ces êtres imaginaires, ce sera l'étude des lois suivant lesquelles se meuvent les solides déformés par ces différences de température dont je viens de parler. [...] Qu'on me permette pour abréger le langage, d'appeler un pareil mouvement déplacement non euclidien.

Ainsi des êtres comme nous, dont l'éducation se ferait dans un pareil monde, n'auraient pas la même géométrie que nous. [Si ces êtres imaginaires] fondent une géométrie, [...] ce sera la géométrie non euclidienne.

La gravure dite "de Flammarion"





Le monde non-euclidien de Poincaré (La Science et l'Hypothèse, 1902)

“Dès lors, que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens. Autant demander si le système métrique est vrai et les anciennes mesures fausses ; si les coordonnées cartésiennes sont vraies et les coordonnées polaires fausses. Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être plus commode”.

Euclide (Max Ernst - 1945)



Les promenades d'Euclide (Magritte -1965)



Jeune homme intrigué par le vol d'une mouche non euclidienne (Max Ernst - 1945)



L'école d'Athènes (Raphaël - 1508)



"En introduisant son postulat (le postulat des parallèles) pour fonder la géométrie euclidienne, Euclide n'a fait que répondre à cette exigence. Le problème des parallèles a ainsi précédé d'un demi-siècle au moins le postulat euclidien des parallèles."

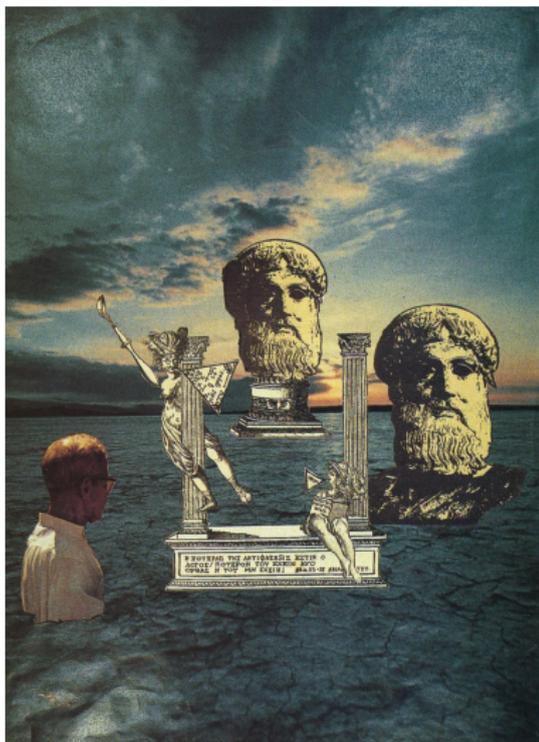
Imre Toth (1977)

“Nous n'éprouvons aucune joie quand nous considérons que la somme des angles intérieures d'un triangle vaut deux droits, même si nous nous attendons à cela avec espoir. Car nous éprouverions le même plaisir si cette somme valait trois ou un autre nombre de droits. Dans la vie ordinaire, par contre, par exemple dans l'attente de la bataille navale de Salamine ou des jeux Olympiques, nous nous réjouissons déjà aujourd'hui de la victoire future de notre équipe, et jamais du contraire.”

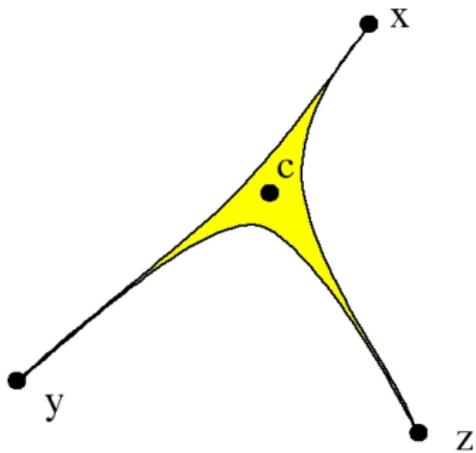
Aristote, *Problemata* XXX 7

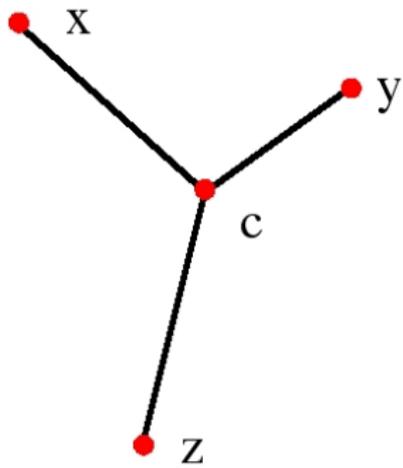
“Tous les jugements sont corruptibles. Seul le jugement qui a la mission de décider si la somme des angles du triangle vaut ou ne vaut pas deux droits, est incorruptible.”

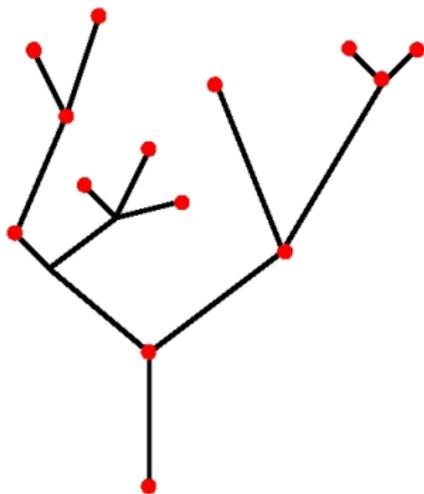
Aristote, *Ethica Nicomachea* VI 5



Seductio ad absurdum – Aristote harcelé par les harpies de la géométrie non euclidienne :
“Laquelle de ces deux assertions contradictoires est la vérité et la raison d’être du triangle, celle qui affirme que la somme de ses angles est égale à deux droits ou celle qui affirme que la somme de ses angles n’est pas égale à deux droits ? ” (Arist., *anal. post.* 93a33-35.)





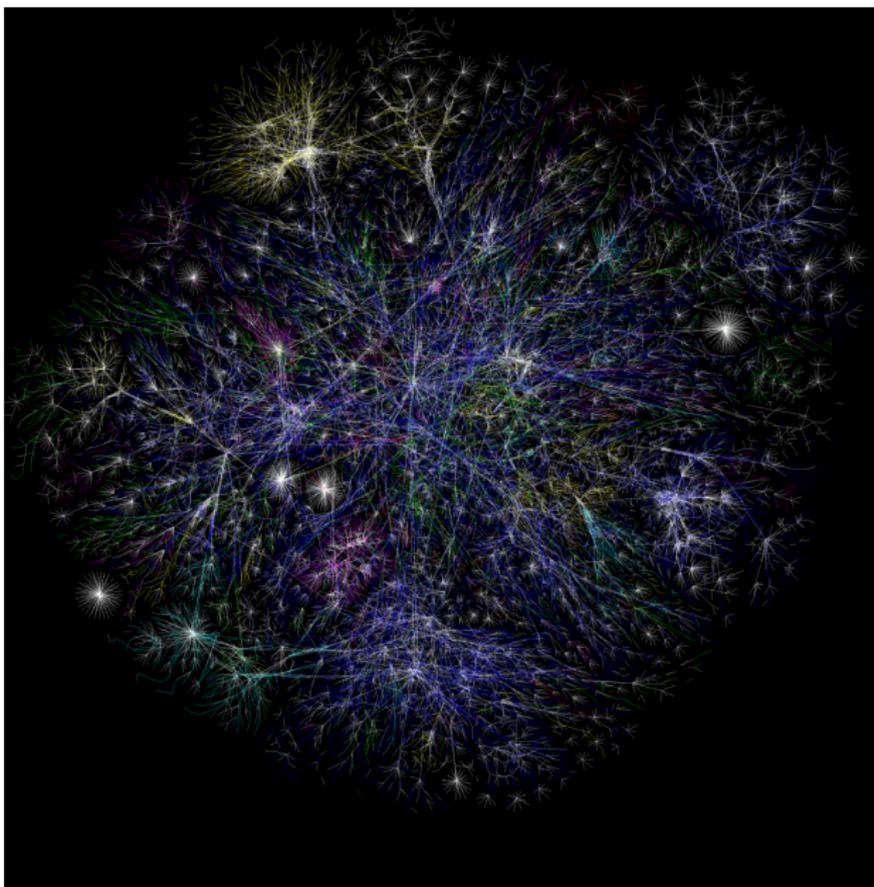


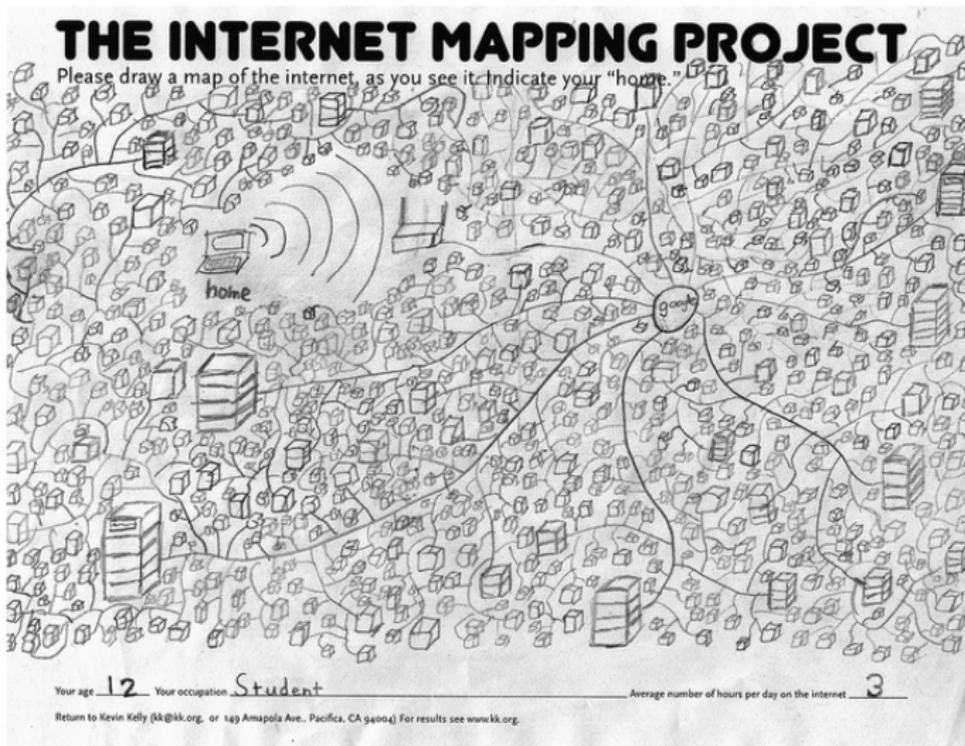
mais encore ils peuvent varier suivant la grandeur des côtés ; et, si les côtés croissent au delà de toute limite, ils peuvent devenir aussi petits que l'on voudra. Il y a donc déjà contradiction à vouloir *dessiner* la ressemblance d'un tel triangle au moyen d'un triangle plus petit. On peut seulement *indiquer* sa disposition générale. De cette manière, *l'indication* d'un triangle infini serait à la limite, celle-ci (fig. 7) :



Fig. 7

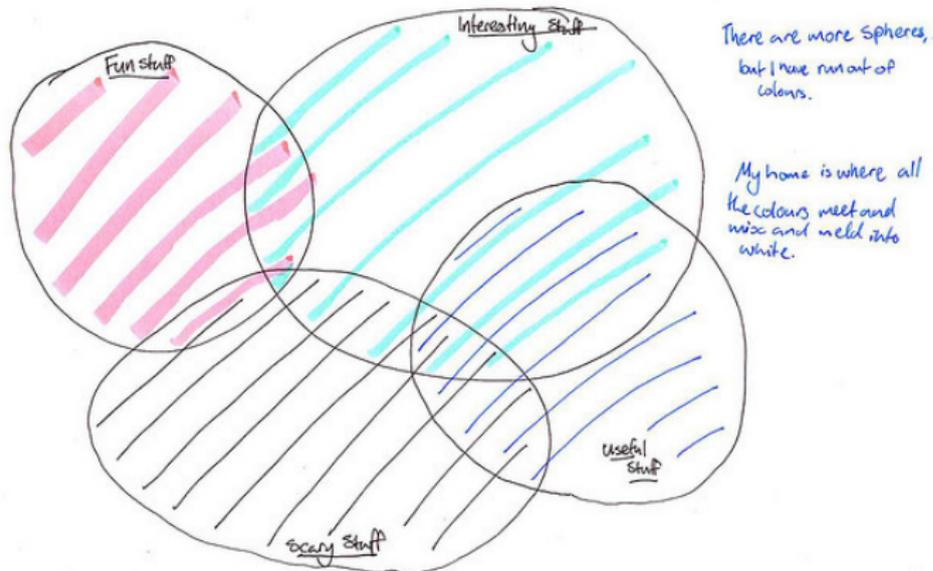
Vue d'internet





THE INTERNET MAPPING PROJECT

Please draw a map of the internet, as you see it. Indicate your "home."



Your age 13 Your occupation lover, not a fighter Average number of hours per day on the internet 8-10

Return to Kevin Kelly (kk@kk.org, or 149 Amapala Ave., Pacifica, CA 94004) For results see www.kk.org

THE INTERNET MAPPING PROJECT

Please draw a map of the internet, as you see it. Indicate your "home."

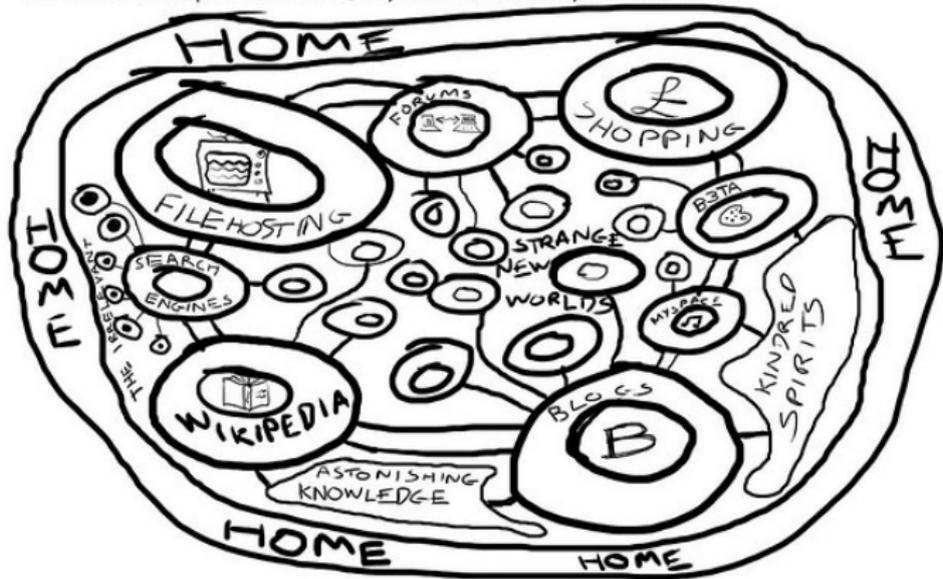


Your age 14 Your occupation secretary Average number of hours per day on the internet 9

Return to Kevin Kelly (kk@kk.org, or 149 Amapala Ave., Pacifica, CA 94064) for results see www.kk.org

THE INTERNET MAPPING PROJECT

Please draw a map of the internet, as you see it. Indicate your "home."

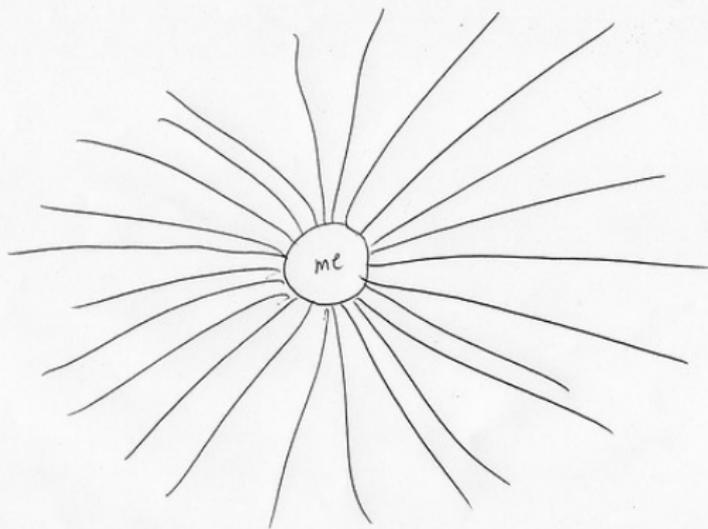


Your age 32 Your occupation COMMUNITY WORKER Average number of hours per day on the internet 4

Return to Kevin Kelly (kk@kk.org, or 149 Amapola Ave., Pacifica, CA 94064) For results see www.kk.org.

THE INTERNET MAPPING PROJECT

Please draw a map of the internet, as you see it. Indicate your "home."

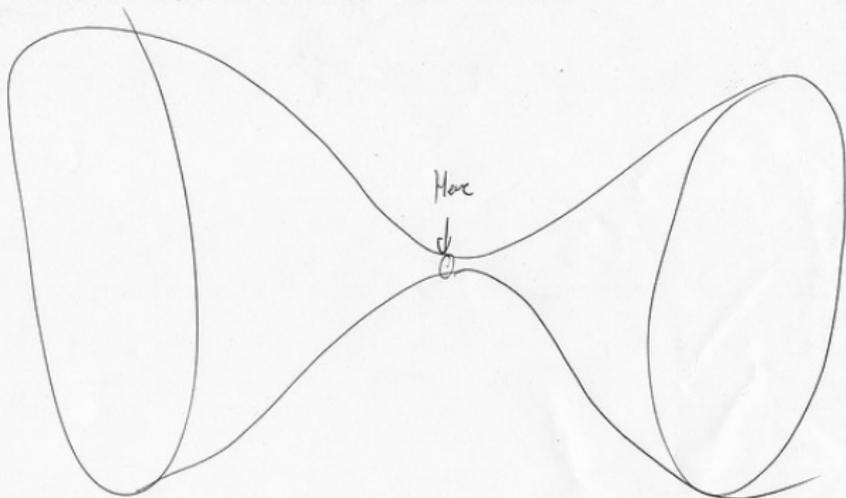


Your age _____ Your occupation _____ Average number of hours per day on the internet _____

Return to Kevin Kelly (kk@kk.org, or 149 Amapola Ave., Pacifica, CA 94004) For results see www.kk.org.

THE INTERNET MAPPING PROJECT

Please draw a map of the internet, as you see it. Indicate your "home."



Your age 50

Your occupation Writer

Average number of hours per day on the internet

lots of

Return to Kevin Kelly (kk@kk.org, or 149 Airmaple Ave., Pacifica, CA 94004) For results see www.kk.org.

